

PROVA DA OMIFCE 2023

1ª Fase – Nível I

01. André, Bruna, Carla e Daniel possuem, em reais, respectivamente, as quantias a , b , c , d . Sabe-se que a é 20% de b , b é 30% de c e d , por sua vez, é 60% de c .

Nessas condições, uma relação correta entre as quantias de André e Daniel pode ser

- A) $100a = d$.
- B) $10a = d$.
- C) $a = d$.
- D) $2a = 3d$.
- E) $a = 4d$.

02. Durante uma aula de revisão, o professor de matemática do nono ano de certa escola de Fortaleza desafiou sua turma a simplificar a seguinte expressão.

$$\sqrt[4]{\frac{2^{2021} + 2^{2025}}{34}}$$

Pedro foi o primeiro estudante a apresentar a resposta correta, ganhando uma bonificação por isso.

O resultado encontrado por Pedro foi

- A) 2^{2017} .
- B) 2^{2016} .
- C) 2^{507} .
- D) 2^{506} .
- E) 2^{505} .

03. Em certa floresta, aparecem periodicamente 3 tipos de borboletas, as azuis que aparecem a cada 6 anos, as amarelas que aparecem a cada 10 anos e as verdes que são as mais raras, aparecendo apenas a cada 15 anos. Se os três tipos de borboletas apareceram em 2023, em que ano isso ocorrerá novamente, pela primeira vez?

- A) 2053
- B) 2060
- C) 2083
- D) 2100
- E) 2123

04. Em um quadrado $ABCD$, são marcados os pontos médios E e F dos lados \overline{AB} e \overline{AD} , respectivamente. Considerando que o quadrilátero $CDFE$ tem área igual a 40 cm^2 , qual é a medida do lado do quadrado $ABCD$, em centímetros?

- A) 8
- B) 9
- C) 10
- D) 11
- E) 12

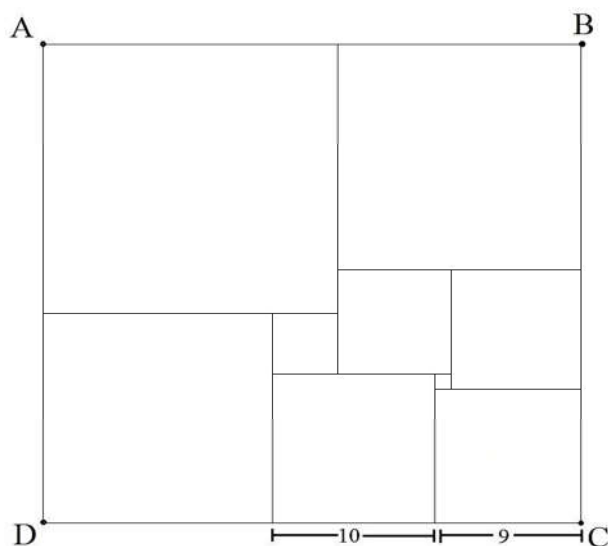
05. Um número inteiro a ao ser dividido por b deixa resto r , em que $0 \leq r < b$, se existe q inteiro tal que

$$a = b \cdot q + r.$$

Se o resto da divisão de um número natural n por 5 é igual a 3, qual o resto da divisão de $n^2 - 1$ por 5?

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) 4

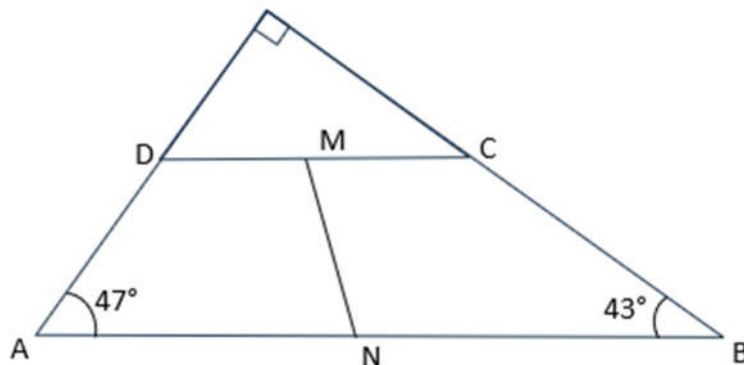
06. Um retângulo $ABCD$ foi dividido em 9 quadrados justapostos, dos quais são conhecidas as medidas, em centímetros, dos lados de dois deles, “10 cm e 9 cm”, conforme indica a figura a seguir.



Quanto vale a área do retângulo $ABCD$, em cm^2 ?

- A) 1000
- B) 1044
- C) 1050
- D) 1052
- E) 1056

07. A figura a seguir apresenta o trapézio $ABCD$, cujas bases medem $CD = 4 \text{ cm}$ e $AB = 6 \text{ cm}$, e cujos lados oblíquos \overline{AD} e \overline{BC} foram prolongados, formando um ângulo reto. Sabe-se também que dois dos ângulos internos desse trapézio medem $\angle DAB = 47^\circ$ e $\angle CBA = 43^\circ$, e que M e N são, respectivamente, os pontos médios das bases.



Qual a medida do segmento \overline{MN} , em cm ?

- A) 1,5
- B) $\sqrt{2}$
- C) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
- D) 2
- E) 1

08. Com os elementos do conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ podemos formar, ao todo, n ternas ordenadas (a, b, c) , tais que $ab + c$ é par. Dentre essas ternas, temos, por exemplo, $(2, 2, 2)$, $(5, 1, 3)$ e $(3, 4, 4)$.

Nessas condições, o valor de n é igual a

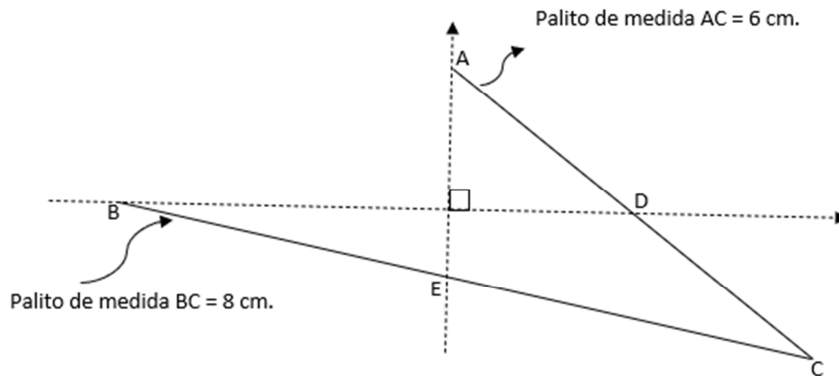
- A) 8.
- B) 27.
- C) 59.
- D) 66.
- E) 125.

09. Maria criou um programa de computador no qual se digita inicialmente um número natural e, depois, acionam-se os botões A ou B , um de cada vez, sucessivas vezes, em qualquer ordem. Ao acionar o botão A , multiplica-se por 3 o número no visor. Já ao acionar o botão B , subtrai-se 1. Por exemplo, digitando-se inicialmente o número 2 e, depois, acionando-se a sequência de botões $BAAABB$ obtém-se o número final 25 no visor. Maria abriu o seu programa informático, digitou inicialmente o número 1 e deseja obter o número 97 no final.

No mínimo, quantas vezes os botões A e B , no total, devem ser acionados por Maria?

- A) Menos de 9
- B) 9
- C) 10
- D) 11
- E) Mais de 11

10. Em uma aula prática de geometria, o professor utilizou dois palitos de medidas iguais a 6 cm e 8 cm para representar dois dos lados de um triângulo ABC , a ser construído de modo que as medianas relativas a esses dois lados sejam perpendiculares. Para isso, o professor marcou os pontos médios D e E dos dois palitos, construiu, em uma folha de papel, duas semirretas perpendiculares e, depois, posicionou os dois palitos sobre a folha de modo que o ponto médio e uma das extremidades de cada palito ficassem sobre as respectivas semirretas, e as outras extremidades se encontrassem no ponto C , conforme mostra a figura a seguir.



Qual deve ser a medida AB do terceiro palito, em centímetros, para completar o triângulo?

- A) $2\sqrt{5}$.
- B) $2\sqrt{6}$.
- C) 5.
- D) $3\sqrt{2}$.
- E) 6.

11. Suponha um baralho em que cada carta possui um número natural de um lado e uma letra do nosso alfabeto do outro. São retiradas 4 cartas desse baralho e colocadas sobre uma mesa, revelando apenas o que contém um dos seus lados. A primeira carta mostrava a letra “D”, a segunda, o número “7”, a terceira, o número “3”, e a quarta, a letra “K”. Sobre tais cartas é feita a seguinte afirmação:

“Toda carta que possui um “D” em um lado, possui um “3” no outro.”

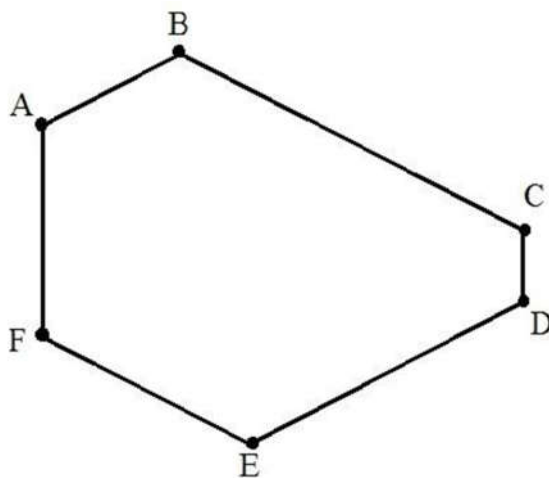
No mínimo, quantas e quais cartas devem ter seus outros lados verificados para saber se a afirmação é verdadeira ou falsa?

- A) Basta verificar 1 carta, a carta “D”.
- B) Basta verificar 2 cartas, as cartas “D” e “3”.
- C) Basta verificar 2 cartas, as cartas “D” e “7”.
- D) Basta verificar 2 cartas, as cartas “D” e “K”.
- E) Basta verificar todas as 4 cartas.

12. Considere o número $X = \frac{n^2 + 2n + 16}{n + 1}$, em que $n \neq -1$. Quantos são os números inteiros n tais que X seja um número inteiro?

- A) 9
- B) 8
- C) 7
- D) 5
- E) 4

13. Na figura seguinte, o hexágono $ABCDEF$ possui todos os seus ângulos internos iguais e quatro dos seus lados medem, respectivamente, $BC = 5 \text{ cm}$, $CD = 1 \text{ cm}$, $DE = 4 \text{ cm}$ e $AF = 3 \text{ cm}$.



Com base nessas informações, pode-se inferir que o perímetro do hexágono $ABCDEF$, em cm , é igual a

- A) 15.
- B) 16.
- C) 17.
- D) 18.
- E) 19.

14. Juliana arremessou 13 vezes um dado de 10 faces, numeradas de 1 a 10, e anotou o resultado obtido em cada arremesso. Depois disso, ela observou que os únicos números primos obtidos foram também os únicos que se repetiram, um deles ocorrendo 4 vezes e o outro, 3 vezes. Por fim, ao adicionar todos os 13 números anotados, ela observa que a soma deles é um número múltiplo de 6.

Qual é o valor dessa soma obtida por Juliana?

- A) 60
- B) 66
- C) 72
- D) 78
- E) 84

15. Dona Maria, uma senhora longeva, recebeu no dia das mães a seguinte mensagem:

“Como avó é mãe duas vezes de cada neto, parabéns, a senhora é mãe 51 vezes”.

Sabe-se que cada filho de Dona Maria tem ao menos um filho. Qual é o número de possibilidades para a quantidade total de filhos e netos que Dona Maria tem?

- A) 5
- B) 7
- C) 9
- D) 11
- E) 13

16. João e sua família viajaram, nas últimas férias, da cidade A para a cidade B em um automóvel, gastando 5 horas na ida e 4 horas na volta. Sabendo que ladeira acima eles viajaram sempre a 60 km/h , ladeira abaixo a 90 km/h e nos demais casos a 72 km/h , qual é a distância entre as cidades A e B , em quilômetros?

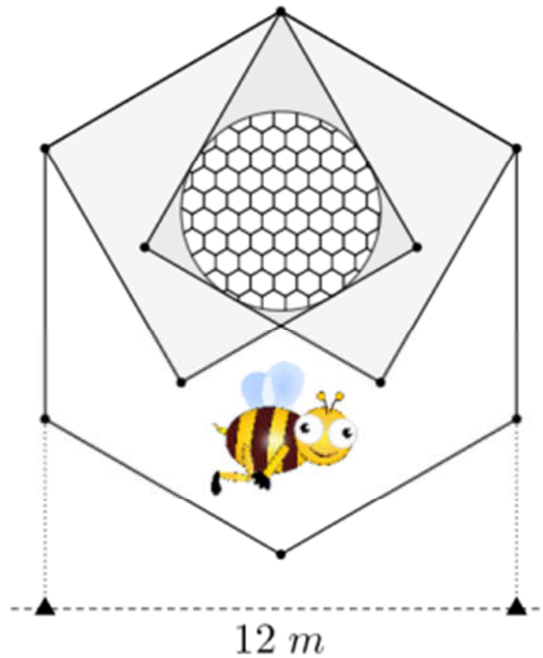
- A) 324
- B) 336
- C) 348
- D) 360
- E) 372

17. João escreveu todos os números naturais de 1 até 2023 e passou a observá-los com atenção, percebendo que, a cada dez números consecutivos, cada algarismo apareceu uma única vez na posição das unidades. João percebeu também que, a cada cem números consecutivos, cada algarismo aparece 10 vezes na posição das dezenas.

Nessa sequência escrita por João, quantas vezes aparece o algarismo 2?

- A) 562
- B) 585
- C) 608
- D) 624
- E) 631

18. O logotipo a seguir, em forma de hexágono regular de 12 metros de largura, será desenhado em uma parede de uma empresa de apicultura. Na parte circular, inscrita na interseção dos dois quadrados em cinza, será fixado um papel de parede imitando uma colmeia.



Qual a área do papel de parede circular?

- A) $\pi(49 - 23\sqrt{3}) m^2$
- B) $\pi(48 - 24\sqrt{3}) m^2$
- C) $\pi(23 + 24\sqrt{3}) m^2$
- D) $\pi(48 - 12\sqrt{3}) m^2$
- E) $\pi(49 - 12\sqrt{3}) m^2$

19. Na turma da Geovânia, na aula de matemática de hoje, dentre as questões propostas pelo professor, havia uma que pedia para determinar o algarismo das unidades das potências 7^4 e 7^{2023} . Ao ver tal questão, Geovânia, prontamente, calculou $7 \times 7 \times 7 \times 7 = 2401$, obtendo o algarismo das unidades igual a 1 para a potência 7^4 .

Qual é o algarismo das unidades da potência 7^{2023} ?

- A) 1
- B) 3
- C) 5
- D) 7
- E) 9

20. Ricardo comprou um quebra cabeça que consta de cinco peças, dentre as quais quatro delas, justapostas, formam um quadrado. A peça que sobra é chamada de peça coringa, e vem apenas para tornar mais difícil o desafio de formar um quadrado usando quatro das cinco peças. Sabendo que as alternativas seguintes representam as peças do quebra cabeça de Ricardo, qual delas é a peça coringa?

